社会科学の
総合理論雑誌

組織科学

冬季号

VOL.8 NO.4

●特集● 社会変動と組織変革

ORGANIZATIONAL SCIENCE

編集 組織学会 発行 丸善株式会社

VOL. 8
4

組織科学

目　次

Organizational Science
1974

ORGANIZATIONAL SCIENCE

VOLUME 8 NUMBER 4 DECEMBER 1974

A FOREWORD

SPECIAL SUBJECT: SOCIAL CHANGE AND ORGANIZATIONAL CHANGE

ARTICLES

BOOK REVIEWS

投稿案内

- 本誌は，人間組織に関する社会科学の総合理論雑誌たることを目指している．
- 本誌は，学会会員に限らず，一般読者の自由な投稿原稿を主体として編集される．
- 投稿された原稿は編集委員会ないしはその任命した論文審査委員会によって掲載が決められる．
- 投稿原稿の種類は
  (1) 論文，資料，文献紹介または書評
  (2) 研究ノート (3) 随想 (4) 読者の声
  とする．
- 投稿原稿は，学会所定の「執筆規定」に従って執筆されたものとする．
- 「執筆規定」は，丸善株式会社出版部「組織科学」編集部に申し込み次第，送付される．
- 掲載原稿については，学会所定の原稿料が支払われる．
- 本誌が，社会科学における組織研究に大きな寄与を果すことができるように，会員ならびに読者諸氏の御支援と積極的な投稿を期待する．

組織学会会則

第1条

本会は組織学会と称す.

第2条

本会は組織の諸問題に関心を有するものが共同して経営学,経済学,法律学,政治学,行政学,社会学,心理学,行動科学,工学,経営実務等の観点より総合的に組織の研究を行ない,あわせて組織の改善に寄与することを目的とする.

第3条

本会は前条の目的を達成するために次の事業を行なう.

(1) 毎年適当の地において大会を開催し組織の問題に関する会員の研究発表討議を行なう.

(2) 適宜研究会を開催する.

(3) 組織に関する図書および報告書を発行する.

(4) 特定の組織の調査研究を行なう.

(5) 組織に関係のある内外の学会とその他の団体と連絡する.

(6) 以上のほか本会の目的達成のために必要な活動を行なう. (以下省略)

The Organizational Science is intended to publish academic articles in the field of social science. It is quarterly publication.

All editorial communication, manuscripts as well as review copies of books and periodicals for exchange should be sent to the Publishing Department, Maruzen Co. Ltd., Nihonbashi, Tokyo, Japan.

Annual subscription rate is $ 11.00 including postage. Subscription orders as well as related inquiries should be addressed to Maruzen Co. Ltd., Export Department, P.O. Box 5050, Tokyo International 100-31 Japan.

社会科学の総合理論雑誌 第8巻 第4号 ©

組 織 科 学 昭和49年12月20日発行

編集委員長 高宮 晋
編集 組織学会
東京都千代田区神田小川町3の3
経営研究所内
電話 東京(293)9197
発行所 丸善株式会社
代表者 飯泉 新吾
東京都中央区日本橋二丁目3番10号
電話 東京(272)7211 振替東京5番
印刷 日東紙工株式会社
定価600円 製本 切石製本株式会社

研究論文

組織の生態学的モデルについて
——非線型動学モデルの諸類型と安定性——

星野　靖雄（東京大学 大学院 経済学研究科）

は じ め に

K.E. ボールディングは，著書の中で，有機体と組織の関係について，両者の間には多くの類似性があり，生物的有機体と社会的組織のどちらも同じように行動単位ないしは行動体系と呼べるとしている．さらに，両者はライフ・サイクルを持ち，構成要素を交換し新陳代謝を行ない，組織全体として，1つの生態系を構成している[1]．この生態系は通常，均衡状態を維持するのであるが，外的な基礎条件の変化により，均衡状態が移動し一連の調整過程を経て他の均衡状態へ移る[2]．

このような考え方に対して，E.T. ペンローズは，生物学的類似性の強調は，企業成長の理論や価格の理論に対してはほとんど意味がないと指摘している[3]．

われわれは，生物の生態系の理論がそのまま企業の組織や成長を説明するのに役立つと考えているわけではない．しかしながら，組織の一般理論を建設するためには，生態系の理論も企業の組織も全体として取り扱いえる理論的フレーム・ワークが必要なのであり，この意味で一般理論の必要性がある．と同時に各個別現象に個有の個別理論も必要になることは生態系と企業組織では大変違った側面を持っているから明らかである．

企業の組織という概念の中には，組織のメンバーがその所属している組織から，自分の意志で離脱したり，その組織に参加し続けるという選択がある．組織に所属していることによってメンバーが得る誘因とメンバーが組織に尽くしている貢献とがバランスしていることが組織均衡という概念である[4]．すなわち，誘因≧貢献の場合に組織のメンバーは組織に参加し続けるのであり，これが組織存続の必要条件である．

これに対して生物の生態系の理論の中には上とは違って，生命体の出生とともに組織に参加するのであり，死滅とともに組織から離脱するのであり，組織均衡というのは，組織のメンバーの出生と死滅とが等しくなって単純再生産をする定常状態のことである．

両者の本質的に違う点は前者には選択があり後者にはそれがないという点である．

K.J. アローは組織の定義として「組織は，何らかの共通な目標を追求する，いいかえると目的函数を極大にする個人の集まりである.」とし[5]，C.I. バーナードによると「協働体系とは，少なくとも1つの明確な目的のために2人以上の人々が協働することによって，特殊の体系的関係にある物的，生物的，個人的，社会的構成要素の複合体であり，組織はこの協働体系の中の1つであり複数のメンバーの調整された活動である[6].」としている．

生態系で問題となる組織も，メンバーが人間でなく他の生命体であるけれども，生存し続けるという目的を持つ1つの組織であるといえる．

本稿は，組織の一般理論の研究のために，生態学の研究の成果をより拡張させ一般化することを目的とする．

そのために，Ⅰで単一組織の成長の問題を取り上げ，基礎的な概念として，マルサスの法則，実現度，環境抵抗，充足率，ロジスティック曲線について述べた．

Ⅱでは2つの組織間の相互作用を，ボルテラ・ロトカ型の非線型微分方程式系で定式化し，その軌跡を説明した．

Ⅲ，Ⅳ，Ⅴでは2つの組織のより複雑な一般化を進め，成長率が一次関数，二次関数，三次関数の一般形を

とった場合の様子を位相図によって示した．２つの組織間の基本的な関係としては，競争関係，協調関係，寄生・宿主関係の３つに分類できた．

Ⅵでは，３つの組織についての軌跡の安定性，Ⅶでは，Ⅵの一般形の安定条件を検討した．

I．単一組織での基本的モデル

単一組織に一種類の同一なメンバーが所属しており，メンバーの組織への参加はその発生によってのみ起こり，また組織からの離脱はその死滅によってのみ起こると仮定する．

t 時点における組織のメンバー数を $N(t)$ とし，単位時間内で発生するメンバー数の組織全体のメンバー数に対する比率を発生率と呼びこれを α であらわす．同様に消滅するメンバー数についてはこれを消滅率と呼び β であらわす．

すると，組織全体のメンバー数 $N(t)$ の時間に関しての微分は次のように表現できる．

$$\dot{N}(t)=\alpha N(t)-\beta N(t)=(\alpha-\beta)N(t) \qquad (1)$$

ここで $\alpha-\beta=\gamma$ とおくと，γ をマルサス係数（または成長率）と呼び式（１）をマルサスの法則という．

$t=0$ での値を $N(0)=N_0$ とおくと式（１）は微分方程式の変数分離形であるので簡単に解けて

$N(t)=N_0e^{\gamma t}$ となる．

このような組織のメンバー数 $N(t)$ の幾何級数的な増加は，組織の持つ潜在的成長力[7]と組織をとり囲む外的環境との相互作用を考えた場合，環境からの成長への制約が緩くて，潜在的成長力がほとんどそのまま顕在的成長力へ実現される場合に成立するのである．

例えば，特定の製品を同一製品の集合のメンバーであるとする．この際，その製品の生産・販売は，製品のライフ・サイクルの導入・成長期では，まだ市場にその製品がいきわたっていないので，需要が急速に伸び，この段階では幾何級数的なメンバー数の増加が起こると思われる．

しかしながら，製品のライフ・サイクルの成熟期以降になると，新規需要は減り始め，取替需要が多くなる．すなわち，個々の製品が陳腐化もしくは寿命で使用されなくなって消滅し，同一ではあるけれども新しい製品がこれに取って替わることになる．この変換点は，後で述べるロジスティック曲線の変曲点に対応すると考えられる．

変換点以降は，企業の持つ潜在的生産能力は，環境から徐々に制約の増加，すなわち，需要の減退によって，実現されにくくなり，製品の成長率は低下していくことになる．

いい換えると，製品の累積量が[8]，飽和点である最大累積量に近づくにつれて成長率が低下するのである．この最大累積量を M としある時点までの累積量，すなわちメンバー数 $N(t)$ との差が，まだ実現されていない需要であり，これと最大累積量 M との比を，われわれは実現度と定義し r で表わすことにすると，r は次のようになる．

$$r=(M-N)/M \qquad (2)$$

実現度 r が０ということは，製品がまだ市場に出現していない事であり，r が１というのは，最大累積量 M が既に満たされており，新規需要が０であり，取替需要のみが存在する場合である．

例えば，家庭用電機洗濯機を取り上げるならば，

全部の家庭に１台ずつ洗濯機が入ってしまえば，洗濯機に対する需要は，新規需要は０で，取替需要だけが需要を構成することになる．この状態では実現度は１であるといえる．

また，潜在的成長力がどの程度顕在的成長力に実現するかの指標として環境抵抗 e と表わし，これを $1-r$ と定義する．

$$e=1-(M-N)/M=N/M \qquad (3)$$

すると，初期値が０のときには，環境抵抗が０で，潜在的成長力がそのまま顕在的成長力へと実現し，e が１の場合には，それが不可能になる．

次に，ある１つの製品が，市場でどの程度販売され易いかを考え，これが，潜在的成長力のうちの未実現部分と，実現部分との比であると考え，これを充足率 S とする．潜在的成長力は bN と表わせ，実現度は式（２）であるので，

$$S=\frac{bN(1-(M-N)/M)}{bN}=\frac{N}{M-N} \qquad (4)$$

となる．

するとわれわれは次の関係式を (2), (3), (4) より得る．

$$充足率(S)\times実現度(r)=環境抵抗(e) \qquad (5)$$

また，メンバー数の単位時間当たりの増加率 $\dot{N}(t)$ は，メンバー数の潜在的成長力に，それが実現する割合，すなわち実現度をかけたものに等しくなる．

$$\dot{N}=bN(M-N)/M \qquad (6)$$

これが Verhulst-Pearl のロジスティック曲線であり，この解は

$$N=\frac{Me^{bt}}{1+Ce^{bt}}$$

となる．

この曲線は $t\to+\infty$ であると，

$$\lim_{t\to+\infty}N=\lim_{t\to+\infty}\frac{M}{1/e^{bt}+1}=M$$

また，2階の微分は，

$$\ddot{N}=b(M-2N)/M\dot{N}=b^2N(M-N)(M-2N)/M^2$$

よって $\ddot{N}=0$ は，$N=0$, $N=M/2$, M の3点であり，$N=(0, M/2)$ では $\ddot{N}>0$ であるため下に凸であり，$N=(M/2, M)$ では反対に上に凸である．この曲線を S 字状曲線 (Sigmoid) ともいう．(図1は座標変換)

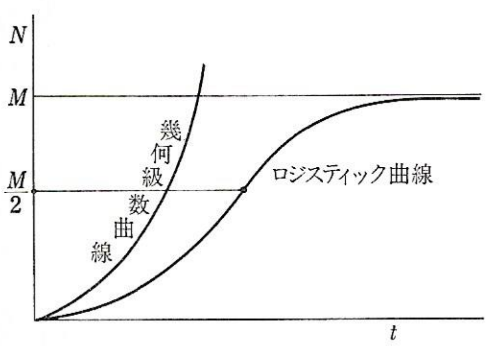

図 1

II. 2つの組織の基本的モデル

2つの組織が存在し，各々の組織のメンバーはIと同じ仮定を満たしているとする．

もし2つの組織間の相互作用を全く考えないならばIのモデルと同様になる．

すなわち式 (1) の定式化に対応して，i 企業は

$$\dot{N}_i=\gamma_iN_i \qquad N_i(0)=N_{i0}\ (i=1, 2) \qquad (7)$$

これを解いて，$N_i(t)=N_{i0}e^{\gamma_i t}$ $(i=1, 2)$ となる．

式 (6) に対応して，

$$\dot{N}_i=(\gamma_i-\delta_iN_i)N_i \qquad \gamma_i,\delta_i>0\ (i=1, 2) \qquad (8)$$

これを解いて，$N_i=\gamma_ie^{N_it}/(1+\delta_ie^{N_it})$ となる．

次に，2組織の間で相互作用がある場合を分析するが，これには既に，ボルテラ・ロトカの状態方程式の定式化があり[9]，それと類似の非線型微分方程式系を考えることにする．

当組織の成長率が，自己の組織のメンバー数とともに減少するのではなく，相手の競争組織のメンバー数が増加するにつれて減少すると仮定する．すると次式のようにおける．

$$\dot{N}_1(t)=(\gamma_1-\delta_1N_2)N_1 \qquad (9)$$

$$\dot{N}_2(t)=(\gamma_2-\delta_2N_1)N_2 \qquad (10)$$

$$\gamma_1,\ \delta_1,\ \gamma_2,\ \delta_2>0$$

$(9)\times\delta_2-(10)\times\delta_1$ より

$$\delta_2\dot{N}_1-\delta_1\dot{N}_2=\gamma_1\delta_2N_1-\gamma_2\delta_1N_2 \qquad (11)$$

$(9)/N_1\times\gamma_2-(10)/N_2\times\gamma_1$ より

$$\gamma_2\dot{N}_1/N_1-\gamma_1\dot{N}_2/N_2=\gamma_1\delta_2N_1-\gamma_2\delta_1N_2 \qquad (12)$$

(11)=(12) であるので

$$\delta_2\dot{N}_1-\gamma_2\dot{N}_1/N_1=\delta_1\dot{N}_2-\gamma_1\dot{N}_2/N_2$$

両辺を積分して

$$\delta_2N_1-\gamma_2\log N_1=\delta_1N_2-\gamma_1\log N_2+C$$

$$e^{\delta_2N_1}N_1^{-\gamma_2}=C'e^{\delta_1N_2}N_2^{-\gamma_1}$$

よって解曲線は $F(N_1, N_2)=C$ という形で表現される．

次にこの解曲線の性質を調べることにする．式 (9)，(10) より平衡点は原点と $(\gamma_2/\delta_2, \gamma_1/\delta_1)$ である．後者へ原点を移動するため座標軸を変換する．新しい座標軸を n_1, n_2 とする．

$N_1=n_1+\gamma_2/\delta_2$, $N_2=n_2+\gamma_1/\delta_1$ を式 (9)，(10) に代入して次式を得る．

$$\dot{n}_1=-\delta_1n_1n_2-\delta_1\gamma_2/\delta_2\cdot n_2 \qquad (13)$$

$$\dot{n}_2=-\delta_2n_1n_2-\delta_2\gamma_1/\delta_1\cdot n_1 \qquad (14)$$

ポアンカレの2次元自律系の研究により[10]，解曲線の形が決定できる．

$$\frac{\partial\dot{n}_1}{\partial n_1}\cdot\frac{\partial\dot{n}_2}{\partial n_2}-\frac{\partial\dot{n}_1}{\partial n_2}\cdot\frac{\partial\dot{n}_2}{\partial n_1}$$
$$=(-\delta_1n_2)(-\delta_2n_1)-(\delta_1n_1+\delta_1\gamma_2/\delta_2)(\delta_2n_2+\delta_2\gamma_1/\delta_1)$$
$$=-\delta_1\delta_2n_1n_2-\delta_1\gamma_2n_2-\delta_2\gamma_2n_1<0$$

よって解曲線は鞍状点になる．

式 (9)，(10) は計算機を使うか，線型化することにより等傾斜線法を用いてかなり正確に図解できる[11]．

パラメーターの数値を具体的に入れなくても，微分係数の符号がわかれば位相図を描くことができるため，われわれは今後，この方法を採用する．式 (9)，(10) の非線型微分方程式系は図2のように描くことができる．これによると，初期値のとり方によって収束する方向が違うため不安定であることがわかる．

次に成長率が相手組織のメンバー数だけでなく自分の組織のメンバー数によっても負の影響を受ける場合を分析する．

$$\dot{N}_1=(\gamma_1-\delta_{11}N_1-\delta_{12}N_2)N_1 \quad \gamma_1,\delta_{11},\delta_{12}>0 \qquad (15)$$

$$\dot{N}_2=(\gamma_2-\delta_{21}N_1-\delta_{22}N_2)N_2 \quad \gamma_2,\delta_{21},\delta_{22}>0 \qquad (16)$$

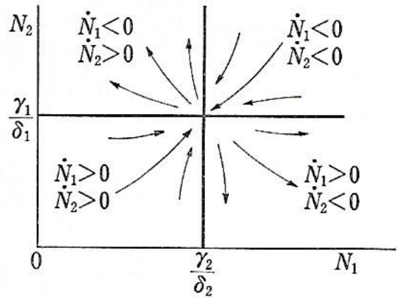

図 2

$\gamma_1-\delta_{11}N_1-\delta_{12}N_2=R_1$　$\gamma_2-\delta_{21}N_1-\delta_{22}N_2=R_2$　とおきこれらを反応関数と呼ぶ.

$R_1=0$, $R_2=0$, $N_1=0$, $N_2=0$ に対応して4本の直線を描くことができ，位相図は図 3, 4 のようになる.

① 安定な競争関係（図3）

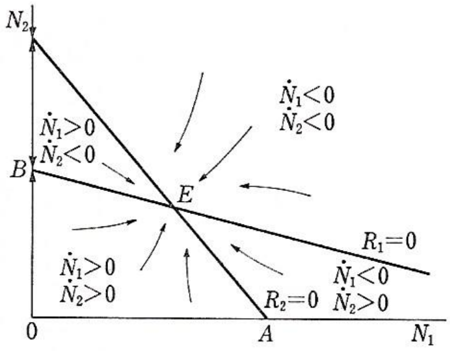

図 3

N_1 のとり得る最大値はAであり，N_2 ではBである．しかしながら両者の競争関係により均衡点Eが安定となり，その時の両者のメンバー数は，どちらにとっても最大値より小さくなる.

② 不安定な競争関係（図略）

2つの組織は競争関係にあって，均衡点Eは存在するが不安定であり，初期値のとり方により，均衡点Eへ行くかまたはAやBへいって他の1つの組織は競争に敗れて消滅する.

③ 単一組織のみ生存する関係（図4）

この場合には2つの組織の初期値が両方とも0でない限り，どこから出発しても必らず1つの組織は消滅してしまい他の1つの組織のみが生き残ることになる.

III. 2つの組織の1次形式の一般化

次に，われわれは式 (15), (16) を1次形式の一般形へ次のように定式化する.

$$\dot{N}_1=(a_1N_1+b_1N_2+C_1)N_1 \qquad (17)$$

$$\dot{N}_2=(a_2N_2+b_2N_2+C_2)N_2 \qquad (18)$$

IIの場合と同様に $a_iN_1+b_iN_2+C_i=R_i$ $(i=1, 2)$ とする．IIと同じケースは除外して位相図を示す.

④ 安定な協調関係（図略）

競争関係と違って単一組織の場合にとりえるメンバー数AまたはBより，両組織が共存して均衡点Eにおける値がどちらにとってもより大きい．初期値がどこにあっても平衡点Eに収束するので安定である.

⑤ 不安定な協調関係（図略）

均衡点Eは不安定であり，初期値のとり方により，原点，A, B, 無限大に成長するというベクトル線図が描ける.

⑥ 安定な寄生・宿主関係（図略）

この場合は，2つの組織が，一方の寄生する組織が増加すると他方の組織の宿主が減少するという意味で競争的であるが，それと反対に，宿主の組織が増加すると寄生する組織も増加するので協調的でもある．均衡点Eは安定であり，寄生組織と宿主組織のメンバー数は，循環経路を経てEに収束する．循環が完全にサイクルをとる場合も含めて安定と考える.

⑦ 寄生組織か宿主組織が消滅する関係（図5）

この場合には，システムは不安定であり，初期値のと

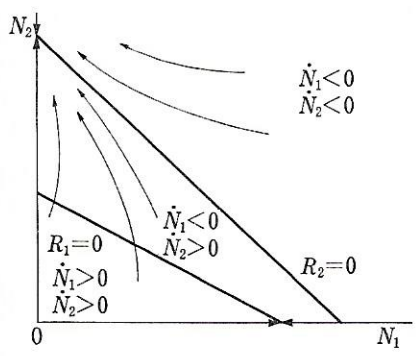

図 4

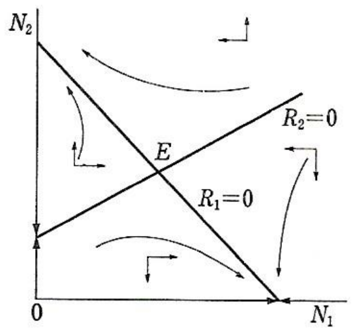

図 5

り方により変わり，もし，$R_2=0$ より低方にあると寄生組織が消滅して宿主組織だけが生存し続け，上方にあれば，寄生組織のみが生き残ることになる．

⑧　宿主組織のみが生存し続ける場合（図6）

$R_1=0$ と $R_2=0$ の反応曲線が第1象限上に交点を持たないと，初期値が $R_2=0$ より左側に存在する限り，寄生組織 N_2 は消滅し，宿主組織 N_1 が A で生存し続けることになる．

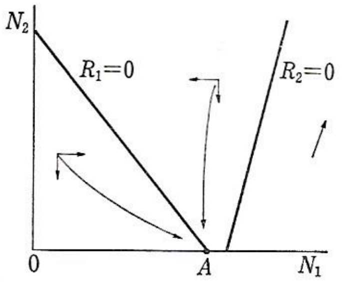

図 6

IV.　2つの組織の2次形式への一般化

われわれは，更に式（17），（18）の1次形式の成長率を2次形式の成長率へ一般化すると次のようになる．

$$\dot{N}_1=(a_1N_1^2+2h_1N_1N_2+b_1N_2^2+2g_1N_1+2f_1N_2+C_1)N_1 \quad (19)$$

$$\dot{N}_2=(a_2N_1^2+2h_2N_1N_2+b_2N_2^2+2g_2N_1+2f_2N_2+C_2)N_2 \quad (20)$$

[12]

2次曲線は係数の値によって楕円，双曲線，放物線または2直線に分類される．

2直線の場合，および曲線の場合でも今までの類型と同じものは除いて，他の特徴ある組織間の相互作用を以下に示すことにする．

⑨　安定な寄生・宿主と不安定な協調関係の併存型（図7）

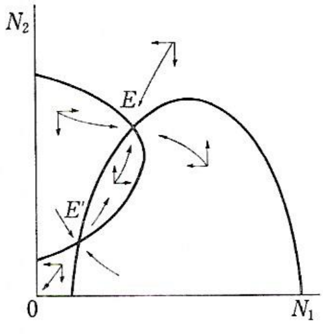

図 7

この場合には，1次形式の成長率とは違って2つの均衡点Eと E' が存在し，Eについては図のように安定で寄生・宿主関係であり，E' については不安定な協調関係になっている．よって初期値のとり方によって，均衡点が原点に収束する．

⑩　安定な協調関係か両組織とも消滅の併存型（図略）

均衡点Eは $R_1=0$, $R_2=0$ の2つの曲線の接点であり，初期値が境界線より上の領域にあれば，均衡点に収束して安定となるが，逆に下の方にあると原点にベクトル線図が移動して，両組織とも消滅してしまう．

⑪　安定と不安定の競争関係の併存型（図8）

均衡点はEとE'の2つであり，E については安定な競争関係であり，E' については不安定な競争関係になる．

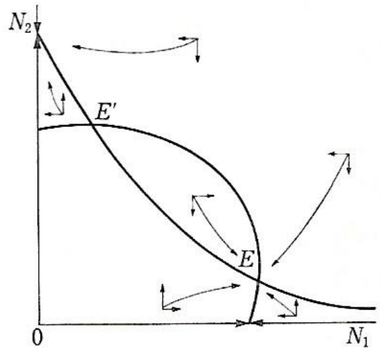

図 8

V.　2つの組織の3次形式以上への一般化

次に，両組織の成長率が3次形式以上の次数になる場合を考察する．一般形は次のようになる．

$$\dot{N}_1=R_1(N_1,\ N_2)N_1 \quad (21)$$

$$\dot{N}_2=R_2(N_1,\ N_2)N_2 \quad (22)$$

式（21），（22）の位相図は平衡点が3つ以上ある場合

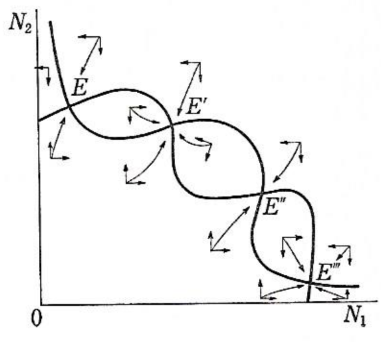

図 9

にこれまでと違ったパターンをとるけれども基本的な型は類似しているといえる．

⑫　交互に安定と不安定の競争関係が併存（図9）

均衡点は図のように E, E', E'', E''' の4点存在し，Eが安定，E' が不安定，E'' が安定，E''' が不安定というように交互に安定と不安定とが入れかわる．この型は⑪の型の組み合わせと考えられ，より一般化も同様に可能である．

⑬　交互に安定と不安定の協調関係が併存（図略）

この型は ⑫ の型を 90° 回転させたと同じ場合であるが，2 組織の関係が競争から協調へ移っている．E と E'' では安定であり，E' とE''' では不安定になっている．

⑭　安定な競争関係と弱者消滅型の併存（図 10）

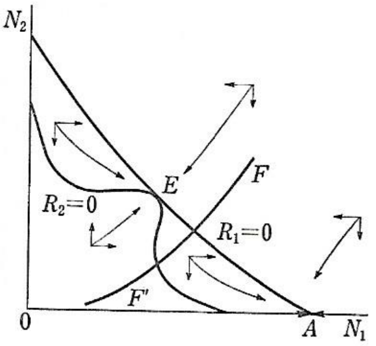

図 10

初期値が FF' 曲線の上にあれば，平衡点Eに収束し安定である．FF' より下にあると，ベクトル線図は A に方向づけられて，組織のメンバー数 N_2 が0になり，他方の組織のみがAで生き残る．

⑮　複数の安定な競争関係が併存（図 11）

$R_1=0$, $R_2=0$ とが2点 E, E' で接しており，共に競争関係にあり安定である．初期値によってどちらの平衡点に移動するか決定される．

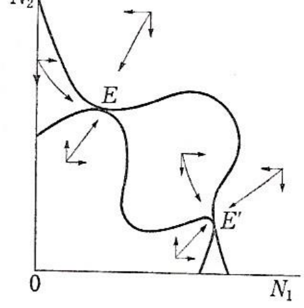

図 11

⑯　複数の安定な協調関係が併存（図略）

2曲線 $R_1=0$ と $R_2=0$ とが2点Eと E' で接しており両方とも安定になっている．曲線の勾配は両者とも均衡点の近くで正であり協調的といえる．

⑰　安定な寄生・宿主と不安定な競争関係が併存（図 12）

均衡点はEと E' の2点であり，Eでは安定な寄生・宿主関係であり，E' は不安定な競争関係であり，初期値の与え方によって，E' か A へ収束する．A だと N_2 は消滅することになる．

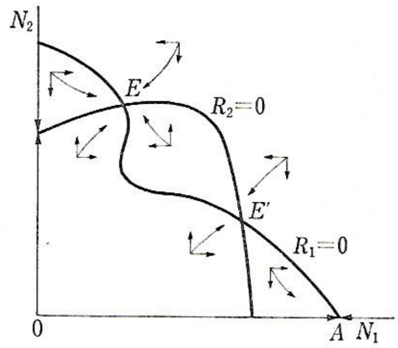

図 12

VI.　3つの組織の基本的モデル

ここでは，2つの組織の基本的モデルを，3つの組織に拡張し，ベクトル線図のとる方向を調べることにする．

3つの組織のメンバー数を N_1, N_2 N_3 とし次のように定式化する．

$$\dot{N}_1=(\gamma_1-\delta_1 N_2)N_1 \qquad (23)$$

$$\dot{N}_2=(\gamma_2-\delta_2 N_3)N_2 \qquad (24)$$

$$\dot{N}_3=(\gamma_3-\delta_3 N_1)N_3 \qquad (25)$$

この非線型微分方程式系の均衡点は原点と $E(\gamma_3/\delta_3, \gamma_1/\delta_1, \gamma_2/\delta_2)$ である．

いま，3次元空間における1点の座標を $x=(x_1, x_2, x_3)$ と表現し，初期値がどの範囲にあるかによってベクトル線図がどこへ向かうかを以下のように分類して検討する．

①　$0(0, 0, 0)<x(x_1, x_2, x_3)<E(\gamma_3/\delta_3, \gamma_1/\delta_1, \gamma_2/\delta_2)$

式 (23), (24), (25) よりこの範囲であると $\dot{N}_1$, $\dot{N}_2$, $\dot{N}_3>0$ となり，初期値より均衡点 $E(\gamma_3/\delta_3, \gamma_1/\delta_1, \gamma_2/\delta_2)$ へ向かってベクトル線図が時間とともに軌跡を描く．

これを，

$$x(x_1, x_2, x_3) \longrightarrow E(\gamma_3/\delta_3, \gamma_1/\delta_1, \gamma_2/\delta_2)$$

とあらわすことにする．

② $E(\gamma_3/\delta_3, \gamma_1/\delta_1, \gamma_2/\delta_2) < x(x_1, x_2, x_3)$

この場合には $\dot{N}_1$, $\dot{N}_2$, $\dot{N}_3 < 0$ となり，

$$x(x_1, x_2, x_3) \longrightarrow E(\gamma_3/\delta_3, \gamma_1/\delta_1, \gamma_2/\delta_2)$$

である．

③ $(\gamma_3/\delta_3, \gamma_1/\delta_1) < (x_1, x_2)$, and $x_3 < \gamma_2/\delta_2$

$\dot{N}_1 < 0$, $\dot{N}_2 > 0$, $\dot{N}_3 < 0$ であるため，

$$x(x_1, x_2, x_3) \longrightarrow (\gamma_3/\delta_3, +\infty, 0)$$

④ $(\gamma_3/\delta_3, \gamma_2/\delta_2) < (x_1, x_3)$, and $x_2 < \gamma_1/\delta_1$

$\dot{N}_1 > 0$, $\dot{N}_2 < 0$, $\dot{N}_3 < 0$ であるため，

$$x(x_1, x_2, x_3) \longrightarrow (+\infty, 0, \gamma_2/\delta_2)$$

⑤ $(\gamma_1/\delta_1, \gamma_2/\delta_2) < (x_2, x_3)$, and $x_1 < \gamma_3/\delta_3$

$\dot{N}_1 < 0$, $\dot{N}_2 < 0$, $\dot{N}_3 > 0$

$$x(x_1, x_2, x_3) \longrightarrow (0, \gamma_1/\delta_1, +\infty)$$

⑥ $(\gamma_3/\delta_3, \gamma_1/\delta_1) > (x_1, x_2)$, and $x_3 > \gamma_2/\delta_2$

$\dot{N}_1 < 0$, $\dot{N}_2 > 0$, $\dot{N}_3 < 0$

$$x(x_1, x_2, x_3) \longrightarrow (0, \gamma_1/\delta_1, \gamma_2/\delta_2)$$

⑦ $(\gamma_3/\delta_3, \gamma_2/\delta_2) > (x_1, x_3)$, and $x_2 > \gamma_1/\delta_1$

$\dot{N}_1 > 0$, $\dot{N}_2 < 0$, $\dot{N}_3 < 0$

$$x(x_1, x_2, x_3) \longrightarrow (\gamma_3/\delta_3, \gamma_1/\delta_1, 0)$$

⑧ $(\gamma_1/\delta_1, \gamma_2/\delta_2) > (x_2, x_3)$, and $x_1 > \gamma_3/\delta_3$

$\dot{N}_1 < 0$, $\dot{N}_2 < 0$, $\dot{N}_3 > 0$

$$x(x_1, x_2, x_3) \longrightarrow (\gamma_3/\delta_3, 0, \gamma_2/\delta_2)$$

システム全体としては式 (23), (24), (25) は不安定であるが，初期値が①，②の場合には3つの組織が共存でき，③，④，⑤では1組織が消滅し他の1つが平衡点に向かい，最後の1組織は無限に成長することになる．⑥，⑦，⑧では2つの組織が均衡し，他の1組織は消滅する．

2つの組織の場合に行なったように式 (23)～(25) を一般化し，特定の組織は自己の組織のメンバー数だけでなく，他の2つの組織のメンバー数によっても成長率が下がる場合を考える．

$$\dot{N}_1 = (\gamma_1 - \delta_{11}N_1 - \delta_{12}N_2 - \delta_{13}N_3)N_1 \qquad (26)$$

$$\dot{N}_2 = (\gamma_2 - \delta_{21}N_1 - \delta_{22}N_2 - \delta_{23}N_3)N_2 \qquad (27)$$

$$\dot{N}_3 = (\gamma_3 - \delta_{31}N_1 - \delta_{32}N_2 - \delta_{33}N_3)N_3 \qquad (28)$$

$$\gamma_i,\ \delta_{ij}(i, j=1, 3) > 0$$

各式の右辺の成長率を各々 R_1, R_2, R_3 とおく．R_i $(i=1, 3)$ は3次元空間において平面をあらわす．3平面の交点の座標を $N^*(N_1^*, N_2^*, N_3^*)$ とする．前と同様に初期値の座標によって，軌跡の方向が $N^*(N_1^*, N_2^*, N_3^*)$ の場合のみ示す．

① $(0, 0, 0) < x(x_1, x_2, x_3) < N^*(N_1^*, N_2^*, N_3^*)$

$\dot{N}_1 < 0$, $\dot{N}_2 < 0$, $\dot{N}_3 < 0$ であるので，

$$x(x_1, x_2, x_3) \longrightarrow N^*(N_1^*, N_2^*, N_3^*)$$

② $N^*(N_1, {}^*N_2^*, N_3^*) < x(x_1, x_2, x_3)$

$\dot{N}_1 > 0$, $\dot{N}_2 > 0$, $\dot{N}_3 > 0$ であるので，

$$x(x_1, x_2, x_3) \longrightarrow N^*(N_1^*, N_2^*, N_3^*)$$

③ $(x_1, x_2) < (N_1^*, N_2^*)$, and $x_3 > N_3^*$ において，$\dot{N}_1 > 0$, $\dot{N}_2 > 0$, $\dot{N}_3 < 0$ の場合，

$$x(x_1, x_2, x_3) \longrightarrow N^*(N_1^*, N_2^*, N_3^*)$$

④ $(x_1, x_3) < (N_1^*, N_3^*)$, and $x_2 > N_2^*$ で

$\dot{N}_1 > 0$, $\dot{N}_2 < 0$, $\dot{N}_3 > 0$ ならば，

$$x(x_1, x_2, x_3) \longrightarrow N^*(N_1^*, N_2^*, N_3^*)$$

⑤ $(x_2, x_3) < (N_2^*, N_3^*)$, $x_1 > N_1^*$ で

$\dot{N}_1 < 0$, $\dot{N}_2 > 0$, $\dot{N}_3 > 0$ であれば，

$$x(x_1, x_2, x_3) \longrightarrow N^*(N_1^*, N_2^*, N_3^*)$$

⑥ $x_1 < N_1^*$, $(x_2, x_3) > (N_2^*, N_3^*)$ で

$\dot{N}_1 > 0$, $\dot{N}_2 < 0$, $\dot{N}_3 < 0$ ならば，

$$x(x_1, x_2, x_3) \longrightarrow N^*(N_1^*, N_2^*, N_3^*)$$

⑦ $x_2 < N_2^*$, $(x_1, x_3) > (N_1^*, N_3^*)$ で

$\dot{N}_1 < 0$, $\dot{N}_2 > 0$, $\dot{N}_3 < 0$ ならば，

$$x(x_1, x_2, x_3) \longrightarrow N^*(N_1^*, N_2^*, N_3^*)$$

⑧ $x_3 < N_3^*$, $(x_1, x_2) > (N_1^*, N_2^*)$ で

$\dot{N}_1 < 0$, $\dot{N}_2 < 0$, $\dot{N}_3 > 0$ ならば，

$$x(x_1, x_2, x_3) \longrightarrow N^*(N_1^*, N_2^*, N_3^*)$$

以上の中で，①と②は初期値だけ限定する範囲に入っていれば，すべての場合に成立するが，③～⑧までは初期値の範囲と $\dot{N}_1$, $\dot{N}_2$, $\dot{N}_3$ の符号も指定しないといえない．そこで，①～⑧までのすべてを満たしている場合には，非線形微分方程式系 (23), (24), (25) は安定といえる．これは2つの組織の場合の図3に対応している．他の場合については3つの組織では複雑になり，位相図で示すこともできないので本稿では略すことにする．

VII. 3つの組織の一般化と安定条件

VIの式 (23), (24), (25) を次のような一般形に直す．

$$\dot{N}_1 = R_1(N_1, N_2, N_3)N_1 \qquad (29)$$

$$\dot{N}_2 = R_2(N_1, N_2, N_3)N_2 \qquad (30)$$

$$\dot{N}_3 = R_3(N_1, N_2, N_3)N_3 \qquad (31)$$

均衡点は原点と，$R_i=0$ $(i=1, 3)$ の交点であり，これを，$N^*(N_1^*, N_2^*, N_3^*)$ とおく．

もし，$R_i=0$ $(i=1, 3)$ のどれか1つが0であれば N_i は変動しなくて N_i 軸上に固定されるため，N_i 軸に

垂直な原点から N_i の距離を持つ平面を考え，この平面上で残りの2変数の軌跡のみを検討すればよくなり，このことは，式 (21)，(22) の場合と一致する．また $N_i=0$ $(i=1, 3)$ のどれか1つが0であれば，この場合は座標軸の変換をしなくても2変数の場合の式 (21)，(22) に一致する．

そこで，われわれは一般形を考える際に，$R_i \fallingdotseq 0$, $N_i \fallingdotseq 0$ $(i=1, 3)$ の場合の複雑な立体形でのベクトルの軌跡を考察する必要がある．これについては問題があまりに複雑であるので，3変数の一般形の安定性を Routh-Hurwitz の安定判別の条件式で調べるにとどめる[13]．

式 (29)，(30)，(31) の特性方程式は次のようになる．

$$\begin{vmatrix} \left(R_{1N^*}+\left(\dfrac{\partial R_1}{\partial N_1}\right)_{N^*}N_1\right)-\lambda & \left(\dfrac{\partial R_1}{\partial N_2}\right)_{N^*}N_1 & \left(\dfrac{\partial R_1}{\partial N_3}\right)_{N^*}N_1 \\ \left(\dfrac{\partial R_2}{\partial N_1}\right)_{N^*}N_2 & \left(R_{2N^*}+\left(\dfrac{\partial R_2}{\partial N_2}\right)_{N^*}N_2\right)-\lambda & \left(\dfrac{\partial R_2}{\partial N_3}\right)_{N^*}N_2 \\ \left(\dfrac{\partial R_3}{\partial N_1}\right)_{N^*}N_3 & \left(\dfrac{\partial R_3}{\partial N_2}\right)_{N^*}N_3 & \left(R_{3N^*}+\left(\dfrac{\partial R_3}{\partial N_3}\right)_{N^*}N_3\right)-\lambda \end{vmatrix}=0$$

簡単化のためこれを次のように置いて計算する．

$$\begin{vmatrix} A-\lambda & B & C \\ D & E-\lambda & F \\ G & H & I-\lambda \end{vmatrix}=0 \ (\lambda \text{ は固有値})$$

$$-\lambda^3+(A+E+I)\lambda^2-(AE+EI+AI-GC-BD)\lambda$$
$$+AEI+BFG+CDH-GCE-AHF-BDI=0$$

よって安定であるための必要十分条件は

(i) $A+E+I<0$

(ii) $AE+EI+AI-GC-BD>0$

(iii) $AEI+BFG+CDH-GCE-AHF-BDI<0$

(iv) $-(A+E+I)(AE+EI+AI-GC-BD)$
$+AEI+BFG+CDF-GCE-AHF-BDI>0$

である．

お わ り に

本稿でわれわれは，複数の組織間の相互作用により組織の成長率が変動し，組織間の競争，協調，寄生・宿主関係がどういった動学的プロセスを描いて，均衡するかの諸類型を主として位相図で示したとともに，3つの組織の場合については安定性を若干検討した．

組織のメンバーを完全に同一視して組織内および組織間のコンフリクトを直接に取り扱うのではなく，組織の持つ成長率がどういった影響を自己の組織と他の組織のメンバー数の関数で表現されるかを仮定し，非線型微分方程式で組織行動が定式化できると考えて分析をした．このような仮定が，現実の生態系や企業の組織を考察する上で，妥当性を持つかどうかは，今後の実証的研究を待つより他にないと思われる[14]．

今後は，生態系のみならず，他の組織の持つコンフリクトを非線型，線型微分方程式で定式化，あるいは微分ゲームのような最適制御理論の延長上にある有利な数学的なトゥールを使って研究を進めたい．

更に組織数がN個の一般化や確率的要素の導入等も今後の中心テーマになると思われる[15]．

われわれの組織の概念の中には，組織の持つ階層性についても全く捨象して分析を行なってきたのであるがこの方面の研究も必要になることは明らかである[16]．

注

1) 文献 6)pp. 10-25（訳）参照．
2) 均衡状態は一般的に次のように表現できる．
   出生方程式　$b_i=F_b(X_1, X_2, \cdots\cdots, X_n)$　　(1)
   死滅方程式　$d_i=F_d(X_1, X_2, \cdots\cdots, X_n)$　　(2)
   均衡条件　$b_i=d_i$　　(3)
   n種またはn個の組織があった場合，X_i を第 i 番目の種とし，b_iを出生率，d_iを死滅率とすれば，式 (3) を満たすならばその種は均衡状態にあるといえる．この場合，n個の種の数，出生率数，死滅率数合わせて $3n$ 個の未知数と $3n$ 個の方程式ができ，均衡状態では $X_i>0$ でこの方程式系が解を持たなくてはならない．文献10)，p. 12 参照．
3) 文献 26) 参照．
4) 文献 23) pp. 84-88 または 文献 43) pp. 110-122 参照．
5) 文献 1) 参照．
6) 文献2) pp. 65-75（原），pp. 67-77（訳）参照．または文献 17)，39) 参照．
7) 組織の持つ潜在的成長力とは，生態学的類推で考えられるように，組織のメンバー数に，何らかのパラメーターをかけた値でもって，単位時間内に増殖しようとする．われわれは，これを bN とあらわす．
8) 製品の累積量とは，単なる累積生産量ではなく，これから，使用されなくなった，または，消滅，廃棄せられた製品数を引いた量である．例えば，人口は，この累積量である．
9) V. ボルテラは，海での魚群の盛衰をあらわすため，次のような非線型微分方程式をたてた．
   $$\left.\begin{array}{l} \text{小さい魚：} \dot{N}_1(t)=(k_1-a_{12}N_2)N_1 \\ \text{大きい魚：} \dot{N}_2(t)=(-k_2+a_{21}N_1)N_2 \end{array}\right\} (\text{係数は正})$$
   小さい魚は大きい魚のエサになるため，大きい魚の数 N_2 が増加してくると増殖率 k_1 が減り，逆に小さい魚の数 N_1 が増加してくると，大きい魚の増殖率 $-k_2$ が増加してく

る．A. ロトカも同じ式をたてたので，これをボルテラ・ロトカの状態方程式という．この式の特徴は，増殖率が単独では，小さい魚で正で，大きい魚で負であり，増殖率は，小さい魚では大きい魚の存在が負の影響を持ち，逆に大きい魚にとっては，正の影響を持つ．

文献 41) pp. 14-35 参照．この文献には，係数が負の場合等も分類している．または文献 42) pp. 66-80，文献 36) も参照．

10) 文献 42) p. 37 参照．

11) 等傾斜線法（isocline method）については例えば文献 35) pp. 82-86 を参照．パラメーターに数値を入れて正確に計算した例は，文献 15) p. 230 参照．

12) 係数の中に偶数の型でおいてあるのは計算の都合上である．

13) この定理の経済問題への具体的適用については，文献 20)，21) を参照．

14) 例えば文献13) Chap Ⅳ に具体例有り．

15) 例えば文献 14)，38)．

16) この方面の研究は，文献45)，46)，47)．

参 考 文 献

1) K.J. Arrow, "Control in Large Organization", *Management Science*, Vol. 10, No. 3, 1964.

2) C.I. Barnard, *The Functions of the Executive*, Harvard Univ. Press, 1968（山本・田杉・飯野訳，『経営者の役割』，ダイヤモンド社，昭和44年）．

3) G.I. Bell, "Predator-Prey Equations Simulating an Immune Response", *Math. Biosci.*, **16**, 1973, pp. 291-314.

4) K.E. Boulding, *A Reconstruction of Economics*, John Wiley and Sons, 1950.

5) K.E. Boulding, "Towards A General Theory of Growth", *The Canad. J. of Econ. and Poli. Sci.*, No. 3, Aug. 1953.

6) K.E. Boulding, *The Organizational Revolution*, Harper and Row, 1953（岡本康雄訳，『組織革命』，ダイヤモンド社，昭和47年）．

7) K.E. Boulding, "Organization and Conflict", *J. of Conflict Resolution*, Vol. 1, 1957.

8) K.E. Boulding, *Conflict and Defense: A General Theory*, Harper and Row, 1962（内田・衛藤訳，『紛争の一般理論』，ダイヤモンド社，昭和48年）．

9) K.E. Boulding, *Beyond Economics*, Univ. of Michigan Press, 1968（公文俊平訳，『経済学を超えて』，竹内書店，昭和48年）．

10) K.E. Boulding, *A Primer on Social Dynamics*, Free Press, 1970.

11) W.J. Cunningham, "Simultaneous Nonlinear Equations of Growth", *Bull. of Math. Biophy.*, Vol. 17, 1955, pp. 101-110.

12) U. D'Ancona, *The Struggle for Existence*, E.J. Brill, Leiden, Netherlands, 1959.

13) G.F. Gause, *The Struggle for Existence*, Hafner, 1964.

14) M.E. Gilpin and K.E. Justice, "A Note on Nonlinear Competing Models", *Math. Biosci.*, **17**, 1973, pp. 57-63.

15) P. Glansdrof and I. Prigogine, *Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuation*, John Wiley and Sons, 1971.

16) N.S. Goel, S.C. Maitra, and E.W. Montroll, "On the Volterra and Other Nonlinear Models of Interacting Populations", Review of Modern Physics, Vol. 43, No. 2, Part 1, 1971.

17) 原沢芳太郎，"コンフリクトと組織機構の変化"，『組織科学』，Vol. 2, No. 1, 1968, pp. 31-45.

18) 原沢芳太郎，"コンフリクトの概念について"，土屋・富永編，『企業行動とコンフリクト』，日本経済新聞社，1973.

19) Yasuo Hoshino, "A Note on Static and Dynamic Characteristics of Macro Models",『日本経済研究』，日本経済研究センター，No. 3, 1974, pp. 67-80.

20) 星野靖雄，"寡占企業行動についての研究――製品のライフ・サイクルと寡占――"，『経済学研究』，東京大学出版会，No. 17, 1974, pp. 14-26.

21) H.W. Kuhn and G.P. Szegö, *Differential Games and Related Topics*, North-Holland, 1971.

22) A.J. Lotka, *Elements of Mathematical Biology*, Dover, 1956.

23) J.G. March and H.A. Simon, *Organizations*, John Wiley and Sons, 1958.

24) 西田耕三，"行動科学的決定モデルとその基礎理論"(1), (2),『組織科学』，Vol. 1, No. 1, pp. 32-41, 1967, No. 2, pp. 40-52, 1968.

25) E.P. Odum, *Fundamentals of Ecology*, 3rd ed., W.B. Saunders, 1971.

26) E.T. Penrose, "Biological Analogies in the Theory of the Firm", *A.E.R.*, Dec., 1952.

27) E.T. Penrose, *The Theory of the Growth of the Firm*, Basil Blackwell and Mott, 1959（末松玄六監訳，『会社成長の理論』，ダイヤモンド社，昭37年）．

28) A. Rapoport, "Mathematical Models of Social Interaction", R. Duncan Luce, R.R. Bush, and E. Galanter, eds., *Handbook of Mathematical Psychology*, Vol. Ⅱ, John Wiley and Sons, 1963.

29) N. Rashevsky, *Mathematical Biology of Social Behavior*, rev. ed., Univ. of Chicago Press, 1959.

30) A. Rescigno and I.W. Richardson, "On the Competitive Exclusion Principle", *Bull. of Math. Biophy.*, Vol. 27, 1965, Special Issue.

31) A. Rescigno and I.W. Richardson, "The Struggle for Life Ⅰ－Two Species", *Bull. of Math. Biophy.*, Vol. 29, 1967, pp. 377-388.

32) A. Rescigno, "The Struggle for Life Ⅱ－Three Competitors", *Bull. of Math. Biophy.*, Vol. 30, 1968, pp. 291-298.

33) A. Rescigno and K.G. Jones, "The Struggle for Life Ⅲ－A Predator-Prey Chain", *Bull. of Math. Biophy.*, Vol. 34, 1972, pp. 521-532.

34) 菅原正博，"組織とコンシューマリズム――エコロジカル・アプローチ――"，『組織科学』，Vol. 5, No. 4, 1971,

pp. 11-23.
35) 高橋安人,『システムと制御』, 岩波書店, 1972.
36) 高橋安人, “個体数の力学と制御” I, II, III, 『計測と制御』, 第11巻8号, pp. 726-733, 第11巻9号, pp. 797-804, 第11巻10号, pp. 867-876, 昭和47年.
37) 高宮誠, “組織間コンフリクトの純粋理論”, 『組織科学』, Vol. 7, No. 2, 1973, pp. 59-73.
38) C.P. Tsokos and S.W. Hinkley, “A Stochastic Bivariate Ecology Model for Competing Species”, *Math. Biosci.*, **16**, 1973, pp. 191-208.
39) 梅沢豊, “銘柄選択の行動モデル”, 『経済学論集』, 第37巻2号, 1971年, pp. 15-27
40) W.R. Utz and P.E. Waltman, “Periodicity and Boundedness of Solutions of Generalized Differential Equations of Growth”, *Bull. of Math. Biophy.*, Vol. 25, 1963, pp. 75-93.
41) V. Volterra, *Lesçons sur la Théorie Mathématique de la lutte pour la vie*, Gauthier-Villars, Paris, 1931.
42) 山口昌哉, 『非線型現象の数学』, 朝倉書店, 昭和48年.
43) H.A. Simon, *Administrative Behavior*, 2nd ed., Free Press, 1957 (松田・高柳・二村訳, 『経営行動』, ダイヤモンド社, 昭和45年).
44) 吉田正昭, “心理学の立場から見たコンフリクト論”, 土屋・富永編, 前掲, 『企業行動とコンフリクト』, 所収.
45) M.D. Mesarovic, D. Macko, and Y. Takahara, *Theory of Hierarchical Multilevel Systems*, Academic Press, 1970.
46) J. Marschak and R. Radner, *Economic Theory of Teams*, Yale Univ. Press, 1972.
47) 宮沢光一, “組織における決定過程”, 『経済学論集』, 第39巻3号, 1973年, pp. 48-67.

* * *